

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
Алгебра і теорія чисел

Дисципліна обов'язкова

Освітньо-професійні програми:

1. «Математика»
2. «Математика та інформатика»

Спеціальності:

1. 111 «Математика»
2. 014.04 «Середня освіта (Математика)»

Галузі знань:

1. 01 «Освіта»
2. 11 «Математика та статистика»

Рівень вищої освіти перший бакалаврський

Факультет математики та інформатики

Мова навчання українська

МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета викладання дисципліни: опанування студентом принципів сучасної алгебри, розуміння її місця в загальній системі математичних знань, зокрема, взаємозв'язків з теорією чисел та абстрактною алгеброю та вміння застосовувати отримані знання на практиці.

Для досягнення мети передбачається **вивчення** таких основних розділів:

Теорія подільності цілих чисел; найважливіші числові функції, що зустрічаються в теорії чисел; класи за даним модулем; порівняння і класи лишків; порівняння з невідомою величиною; степеневі лишки; алгебраїчні та трансцендентні числа.

Завдання вивчення дисципліни: навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та позначеннями з теорії чисел; розв'язувати завдання з використанням отриманих знань.

Компетенції, якими має оволодіти студент у процесі вивчення дисципліни: у результаті вивчення даної дисципліни студент повинен **знати** основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу; **вміти** використовувати вивчений матеріал при розв'язуванні конкретних задач, застосовувати теоретичні знання на практиці.

РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

вміти: використовувати вивчений матеріал при розв'язуванні конкретних задач, застосовувати теоретичні знання на практиці.

Знання, які студент повинен одержати в результаті вивчення курсу алгебри і теорії чисел, відіграватимуть важливу роль у процесі його подальшого навчання у вузі; вони є основою для вивчення загальнотеоретичних і вибіркових дисциплін.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ для спеціальності 111 «Математика»

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2	3	5	150	30	30	-	-	85	-	екзамен
		4	5	150	30	30	-	-	85	-	залік

для спеціальності 014.04 «Середня освіта (Математика)»

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2	3	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен
		4	4	120	30	30	-	-	60	-	залік
Заочна	2	3	4	120	10	8	-	-	102	-	екзамен
		4	4	120	10	8	-	-	102	-	залік

СТРУКТУРА ЗМІСТУ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин													
	Денна форма							Заочна форма ¹						
	усього	у тому числі						усього	у тому числі					
		л	пр	лаб	інд	с.р. ²	л		п	лаб	інд	с.р.		
1	2 ³	3 ⁴	4	5	6	7	8 ³	9 ⁴	10	11	12	13	14	15
ІІІ С Е М Е С Т Р														
Змістовий модуль 1. «Теорія подільності цілих чисел. Числові функції»														
ТЕМА 1.1. Вступ до теорії чисел. Принцип математичної індукції. Подільність цілих чисел	14	12	3	3	-	-	8	6	11,5	1	0,5	-	-	10
ТЕМА 1.2. Прості й складені числа. Решето Ератосфена. Канонічне задання натуральних чисел	10	8	2	2	-	-	6	4	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 1.3. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Найменше спільне кратне	18	16	4	4	-	-	10	8	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 1.4. Лінійні діофантові рівняння від двох змінних	14	12	3	3	-	-	8	6	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 1.5. Раціональні числа та скінченні ланцюгові дроби	14	12	3	3	-	-	8	6	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 1.6. Мультиплікативні функції	10	8	2	2	-	-	6	4	2	-	-	-	-	2
Разом за змістовим модулем 1	80	68	17	17	-	-	46	34	61,5	5	4,5	-	-	52

¹ Для спеціальності 014.04 «Середня освіта (Математика)»

² Під самостійною роботою студентів мається на увазі: підготовка до лекційних та практичних занять (вивчення теоретичного матеріалу, розглянутого на попередніх лекціях); виконання домашніх завдань; самостійне доведення окремих тверджень, сформульованих на лекції; підготовка до самостійних, контрольних робіт та колоквиумів; розв'язування завдань різного рівня складності.

³ Для спеціальності 111 «Математика»

⁴ Для спеціальності 014.04 «Середня освіта (Математика)»

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Змістовий модуль 2. «Числові конгруенції. Конгруенції зі змінною»														
ТЕМА 2.1. Класи за даним модулем. Числові конгр-ції та класи лишків.	10	8	2	2	-	-	6	4	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 2.2. Конгруенція з одним невідомим, поняття розв'язку.	10	8	2	2	-	-	6	4	12	1	1	-	-	10
ТЕМА 2.3. Конгруенції за складеним модулем.	10	8	2	2	-	-	6	4	11,5	1	0,5	-	-	10
ТЕМА 2.4. Конгруенції за простим модулем.	10	8	2	2	-	-	6	4	11,5	1	0,5	-	-	10
ТЕМА 2.5. Конгр-ції 2-го степеня.	10	8	2	2	-	-	6	4	11,5	1	0,5	-	-	10
ТЕМА 2.6. Символи Лежандра та Якобі	8	4	1	1	-	-	6	2	0	-	-	-	-	-
ТЕМА 2.7. Степеневі лишки. Алгебраїчні та трансцендентні числа	12	8	2	2	-	-	8	4	0	-	-	-	-	-
Разом за змістовим модулем 2	70	52	13	13	-	-	39	26	58,5	5	3,5	-	-	50
Разом за ІІІ СЕМЕСТР	150	120	30	30	-	-	85	60	120	10	8	-	-	102
IV СЕМЕСТР														
Змістовий модуль 3. «Множини з дією. Основи теорії груп»														
ТЕМА 3.1. Алгебраїчні дії, їх властивості.	10	8	2	2	-	-	6	4	9	1	1	-	-	7
ТЕМА 3.2. Множини з дією: груп-ід, напівгрупа, моноід група. Ізоморфізм множин із дією.	10	8	2	2	-	-	6	4	9	1	1	-	-	7
ТЕМА 3.3. Поняття степеня та порядку елемента.	10	8	2	2	-	-	6	4	8	0,5	0,5	-	-	7
ТЕМА 3.4. Підгрупа. Циклічна підгрупа.	10	8	2	2	-	-	6	4	8,5	1	0,5	-	-	7
ТЕМА 3.5. Циклічна група. Система твірних групи.	10	8	2	2	-	-	6	4	8,5	1	0,5	-	-	7
ТЕМА 3.6. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа.	10	8	2	2	-	-	6	4	8,5	1	0,5	-	-	7

ТЕМА 3.7. Ізоморфне зображення груп підстановками і матрицями. Теорема Келі.	10	8	2	2	-	-	6	4	7	0,5	0,5	-	-	6
ТЕМА 3.8. Нормальний дільник і фактор-група.	10	8	2	2	-	-	6	4	7,5	1	0,5	-	-	6
ТЕМА 3.9. Гомоморфізм, автоморфізм та мономорфізми груп. Теорема про гомоморфізм.	10	8	2	2	-	-	6	4	7	0,5	0,5	-	-	6
ТЕМА 3.10. Прямий добуток груп. Розклад групи на прямий добуток груп.	10	8	2	2	-	-	6	4	7	0,5	0,5	-	-	6
Разом за змістовим модулем 3	100	80	20	20	-	-	60	40	80	8	6	-	-	66
Змістовий модуль 4. «Основи теорії кілець та полів»														
ТЕМА 4.1. Кільце, підкільце, ідеал.	10	8	2	2	-	-	6	4	10	0,5	0,5	-	-	9
ТЕМА 4.2. Ізоморфізм кілець.	10	8	2	2	-	-	6	4	10	0,5	0,5	-	-	9
ТЕМА 4.3. Кільце цілісності. Кільце з одиницею. Оборотні елементи кільця.	10	8	2	2	-	-	6	4	10	0,5	0,5	-	-	9
ТЕМА 4.4. Поле, підполе, характеристика поля. Розширення поля. Ізоморфізм полів.	10	8	2	2	-	-	6	4	10	0,5	0,5	-	-	9
ТЕМА 4.5. Алгебра над полем.	10	8	2	2	-	-	6	4	-	-	-	-	-	-
Разом за змістовим модулем 3	45	40	10	10	-	-	25	20	40	2	2	-	-	36
Разом за IV СЕМЕСТР	150	120	30	30	-	-	90	60	120	10	8	-	-	102

ТЕМАТИКА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

№	Назва теми
1.	Ознаки подільності: загальна теорема про ознаки подільності.
2.	Числа-близнюки, число Шехерезади, цікаві теореми з теорії натуральних чисел.
3.	Ціла та дробова частина дійсного числа – застосування. Побудова графіків з цілою та дробовою частинами.
4.	Системи лінійних діофантових рівнянь.
5.	Діофантові рівняння вищих степенів.
6.	Відображення множин; рівність відображень; образ; ін'єктивне, сюр'єктивне, бієктивне відображення. Властивості відображень. Перетворення множини та його властивості.
7.	Підстановки; симетрична група, група підстановок деякої множини; носій підстановки; незалежні підстановки; скінченні та нескінченні цикли, транспозиції; цикловий тип. Спряжені підстановки та їх властивості. Деякі властивості підстановок. Лема про стандартні транспозиції.
8.	Означення та деякі властивості знакозмінної групи. Системи твірних знакозмінної групи.
9.	Окремі класичні властивості нормальних підгруп нескінченної симетричної групи

САМОСТІЙНА РОБОТА

Під самостійною роботою студентів мається на увазі: підготовка до лекційних та практичних занять (вивчення теоретичного матеріалу, розглянутого на попередніх лекціях); виконання домашніх завдань; самостійне доведення окремих тверджень, сформульованих на лекції; підготовка до самостійних, контрольних робіт та колоквіумів; розв'язування завдань різного рівня складності.

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркового завдань:

Обов'язкова робота студентів:

- опрацювання лекційного матеріалу;
- виконання самостійних та індивідуальних робіт.

Вибіркова робота студентів:

- опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
- виконання індивідуальних завдань підвищеного рівня складності.

РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ

3 семестр

Поточний контроль												Підсумковий контроль (екзамен)	Сумарна к-ть балів	
Змістовий модуль 1 (30 балів)						Змістовий модуль 2 (30 балів)						40	100	
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T1	T2	T3	T4	T5	T6			T7
5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4			4

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання з курсу є:

- самостійні роботи
- модульні контрольні (самостійні) роботи;
- колоквіуми;
- тести;
- індивідуальні та командні проекти.

ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

До контрольних заходів з дисципліни належать: поточний, модульний та підсумковий контроль.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Він здійснюється у **формі** усного спілкування зі студентами, письмового та тестового контролю (математичні диктанти, усні відповіді, розв'язання завдань студентами біля дошки та на місцях, самостійні роботи, тести) і має за мету перевірку ступеня засвоєння певного навчального матеріалу, а також рівня оволодіння вміннями та навичками. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «5» балів.

Модульний контроль – це контроль знань та вмінь студентів після вивчення певної частини (змістового модуля) навчальної дисципліни. Даний контроль проводиться у **формі** модульної контрольної роботи, завдання якої дозволяють діагностувати якість знань, рівень сформованості вмінь і навичок за змістом модуля згідно вимог робочої програми дисципліни. Проводиться контроль за розкладом, затвердженим деканом факультету. До модульного контролю допускаються всі студенти. Результати модульного контролю фіксуються у відповідній графі академічного журналу та мають бути внесені до відомості обліку успішності здобувачів вищої освіти. Оцінка з модульного контролю не перескладається. У випадку відсутності студента на модульному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей.

Форма підсумкового контролю з алгебри і теорії чисел: екзамен в III семестрі, залік в IV семестрі.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю знань. Об'єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час вказаних етапів контролю. Сумарний максимальний бал за ці види робіт (60 балів) доповнюється 40 балами за іспит.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт чи тестування. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацювати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно).

Завданням підсумкового контролю (екзамену в III семестрі та заліку в IV-му) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв'язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання. Іспит (залік) з курсу «Алгебра і теорія чисел» є семестровим контролем знань студентів і охоплює всі теми, які вивчалися протягом семестру (див. далі). Іспит (залік) проводиться у письмово-усній формі.

Письмова частина включає самостійну роботу студентів над завданнями екзаменаційного білету. Для отримання найвищої оцінки за кожне завдання відповідь має бути максимально розгорнутою. Тривалість роботи над письмовою частиною іспиту (заліку) складає 1 год 30 хв. Під час проведення іспиту (заліку) забороняється використовувати будь-які допоміжні засоби (калькулятори, конспекти, підручники, посібники, інтернет-ресурси тощо), мобільні телефони повинні бути вимкнені. Студенти, які помічені у списуванні або використанні допоміжних засобів, можуть бути відсторонені екзаменатором від подальшого складання іспиту (заліку) та отримують оцінку «незадовільно». Усна частина іспиту (заліку) проходить у формі діалогу між студентом та екзаменатором і включає відповіді студента на питання у межах програми курсу. Остаточна оцінка за кожне завдання виставляється після усної частини іспиту (заліку).

Екзаменаційна (залікова) робота оцінюється в 40 балів.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова (основна)

1. Бородін О. І. Теорія чисел.— К.: Вища школа, 1970.— 274 с.
2. Завало С. Т., Левіщенко С. С., Пилаєв В. В., Рокицький І. О. Алгебра і теорія чисел. Практикум в 2-х частинах.— К.: Вища школа, 1986.— Част. 1.— 264 с.
3. Морокішко Є. П. Збірник задач і вправ з теорії чисел: Навч. посібник.— К.: Вища школа, 1996.— 158 с.

Допоміжна

4. Бухштаб А.А. Теория чисел.— М.: Просвещение, 1966.— 376 с.
5. Виноградов И. М. Основы теории чисел.— М.: Наука, 1981.— 176 с.
6. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел.— М.: Просвещение, 1964.— 144 с.
7. Завало С.Т., Костарчук В.Н., Хацет Б.И. Алгебра и теория чисел.— К.: Вища школа, 1977.
8. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Елементи теорії чисел: Навч. посібник.— К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2003.

Інформаційні ресурси

1. Електронний курс «Теорія чисел», розміщений в університетській мережі
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
3. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
4. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlic.htm>
5. DjVu Library Математична бібліотека <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.htm>