**Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича**

**факультет математики та інформатики**
**кафедра** **алгебри та інформатики**

**СИЛАБУС
навчальної дисципліни**

 ***Задачі з параметрами***
**обов’язкова**

**Освітньо-професійні програми:**

1. ***«Математика»***

**Спеціальності:**

1. **014.04«*Середня освіта* (*математика*)»**

**Галузі знань:**

1. **01 *– Освіта***

**Рівень вищої освіти *другий магістерський***

***Факультет математики та інформатики***

**Мова навчання *українська***

**Розробники:**

Житарюк І.В., *професор кафедри алгебри та інформатики, кандидат фізико-математичних наук, доктор історичних наук*

**Профайл викладача (-ів)** <http://algebra.fmi.org.ua/teachers/>

**Контактний тел.** 0509521164

**E-mail:** i.jitariuk@chnu.edu.ua

**Сторінка курсу в Moodle** <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=1593>

**Консультації** Онлайн-консультації: вівторок з 14.40 до 15.40

**1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).**

Навчальна дисципліна «Задача з параметрами», яка є складовою освітньої програми *зі спеціальності 014.04 «Середня освіта* (*математика*)*» для галузі знань 01 – «Освіта»,* повинна забезпечити методичну підготовку майбутніх математиків, вчителів математики, що стосуються методики та методів розв’язування задач з параметрами, розвитку в них творчих здібностей.

**2. Мета навчальної дисципліни:** забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичного матеріалу; сприяти формуванню навичок у застосуванні теоретичних знань до розв’язування задач з параметрамирізного ступеня складності; правильному використанню основнихметодів, тверджень та властивостей функцій при розв’язуванні задач.

**3. Завдання –** досягти ґрунтовного засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу задачі з параметрами, навчити студентів вільно оперувати основними поняттями і твердженнями, розв’язувати практичні задачі з параметрами різного ступеня складності (від найпростіших до олімпіадних).

**4. Пререквізити.** Для підвищення ефективності засвоєння курсу «Задачі з параметрами» здобувач вищої освіти має вивчити такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Елементарна математика і методика викладання математики».

**5. Результати навчання.**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

* + - * основні поняття, систематизацію задач з параметрами та класифікацію методів розв’язування;
			* основні види рівнянь і нерівностей з параметрами;
			* графічний метод розв’язування задач з параметрами;
			* аналітичні методи розв’язування задач з параметрами.

**вміти:**

* розв’язувати різні види рівнянь і нерівностей з параметрами та їх систем;
* розв’язувати задачі з параметрами графічним методом;
* застосовувати аналітичні методи до розв’язування задач з параметрами;
* застосовувати теоретичні та практичні знання з курсу задачі з параметрами на педагогічній практиці, педагогічній роботі.

**3. Опис навчальної дисципліни**

**3.1. Загальна інформація**

***для спеціальності 014.04 «Середня освіта* (*математика*)*»***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Форма навчання** | **Рік підготовки** | **Семестр** | **Кількість** | **Кількість годин** | **Вид підсумко****вого контролю** |
| **кредитів** | **годин** | **лекції** | **практичні** | **семінарські** | **лабораторні** | **самостійна робота** | **індивідуальні завдання** |
| **Денна** | 5 | 10 | 4 | 120 | 30 | 30 |  |  | 60 |  | іспит |
| **Заочна** | 5 | 10 | 4 | 120 | 10 | 10 |  |  | 100 |  | іспит |

**3.2. Дидактична карта навчальної дисципліни**

|  |  |
| --- | --- |
| Назви змістових модулів і тем | **Кількість годин** |
| **денна форма** | **Заочна форма** |
| **усього** | **у тому числі** | **усього** | **у тому числі** |
| **л** | **п** | **лаб** | **інд** | **с.р.** | **л** | **п** | **лаб** | **інд** | **с.р.** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
| **Теми лекційних занять** | **Змістовий модуль 1**. **Різні види рівнянь і нерівностей з параметрами** |
| **Тема 1.** Задачі з параме­трами: основні поняття, їх систематизація та класифікація методів розв’язування | **8** | 2 | 2 |  |  | 4 | **8** |  |  |  |  | 8 |
| **Тема 2.** Алгебраїчні рів­няння з параметрами та їх системи | **8** | 5 | 5 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 3.** Алгебраїчні нерівності з параметрами та їх системи | **8** | 5 | 5 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 4.** Тригономе­тричні рівняння і нерів­ності з параметрами та їх системи | **8** | 2 | 2 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 5.** Показникові рів­няння і нерівності з пара­метрами та їх системи | **8** | 2 | 2 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 6.** Логарифмічні рівняння і нерівності з параметрами та їх системи | **8** | 2 | 2 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 7.** Різні трансцен­дентні рівняння і нерів­ності з параметрами та їх системи | **8** | 2 | 2 |  |  | 4 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Разом за ЗМ1** | **80** | **20** | **20** |  |  | **40** | **80** | **6** | **6** |  |  | **68** |
| **Теми лекційних занять** | **Змістовий модуль 2. Аналітичні та графічні методи розв’язування задач з параметрами** |
| **Тема 1.** Квадратична функція в задачах з параметрами | **12** | 3 | 3 |  |  | 6 | **12** | 1 | 1 |  |  | 10 |
| **Тема 2.** Аналітичні методи розв’язування задач з параметрами | **15** | 4 | 4 |  |  | 7 | **18** | 1 | 1 |  |  | 13 |
| **Тема 3.** Графічні методи розв’язування задач з па­раметрами | **13** | 3 | 3 |  |  | 7 | **18** | 1 | 1 |  |  | 11 |
| **Разом за ЗМ 2** | **40** | **10** | **10** |  |  | **20** | **40** | **3** | **3** |  |  | **34** |
| Усього годин | **120** | **30** | **30** |  |  | **60** | **120** | **9** | **9** |  |  | **102** |

**3.2.1. Теми практичних занять**

|  |  |
| --- | --- |
| **№** | **Назва теми** |
| 1 | Лінійні рівняння з параметрами та їх системи |
| 2 | Квадратні рівняння з параметрами та їх системи |
| 3 | Рівняння вищих степенів з параметрами та їх системи |
| 4 | Дробово-раціональні рівняння з параметрами та їх системи |
| 5 | Ірраціональні рівняння з параметрами та їх системи |
| 6 | Лінійні нерівності з параметрами та їх системи |
| 7 | Квадратні нерівності з параметрами та їх системи |
| 8 | Нерівності вищих степенів з параметрами та їх системи |
| 9 | Дробово-раціональні нерівності з параметрами та їх системи |
| 10 | Ірраціональні нерівності з параметрами та їх системи |
| 11 | Тригонометричні рівняння з параметрами та їх системи |
| 12 | Тригонометричні нерівності з параметрами та їх системи |
| 13 | Показникові рівняння з параметрами та їх системи |
| 14 | Показникові нерівності з параметрами та їх системи |
| 15 | Логарифмічні рівняння та нерівності з параметрами та їх системи |

**3.2.2. Тематика індивідуальних завдань**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| 1 | Текстові задачі з параметрами |
| 2 | Задачі з параметрами в геометрії |
| 3 | Задачі з параметрами на ЗНО |
| 4 | Задачі з параметрами на олімпіадах і турнірах з математики |

**3.2.3. Самостійна робота**

Самостійна робота студентів складається з обов’язкових і вибіркових завдань.

*Обов’язкова робота студентів*:

* опрацювання лекційного матеріалу;
* виконання самостійних і індивідуальних робіт.

 *Вибіркова робота студентів:*

* опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
* виконання завдань підвищеного рівня складності.

1. Знайти всі значення параметра *а*, при яких система нерівностей



має розв’язок.

2. Знайти значення параметра *а*, при якому мінімальним додатним розв’язком нерівності  є число 5.

3. Знайти всі такі значення *а*, при яких нерівність  виконується при всіх *х*. Виконайте завдання різними способами.

4. При якому значенні параметра *а* найбільше значення функції  дорівнює найменшому значенню функції ?

5. При яких значеннях *а* та *b* пряма  проходить через точки  та . У відповідь запишіть значення суми *.*

6. При яких значеннях параметра  система рівнянь



має дійсні розв’язки? Якщо таких значень багато, то обчисліть суму таких цілих значень параметра *а* та запишіть її у відповідь.

7. При яких значеннях параметра  рівняння



має розв’язки. У відповідь запишіть суму всіх таких цілих значень параметра *а*. Якщо таких цілих значень нескінченно багато, то запишіть у відповідь число 10000.

8. Розв’язати рівняння:

*а*) sin*x*+cos*x*=*a*;

*б*) sin6*x*+cos6*x*=*a*;

*в*) ;

*г*) cos3*x*-sin2*x*cosx+*a*(sin*x*+cos*x*)=0;

*д*) (8*a*2+1)sin3*x*-(4*a*2+1)sin*x*+2*a*cos3*x*=0;

*е*) 2sin4*x*+cos4*x*=*a*;

*є*) 3sin*a*cos*x*-cos*a*sin*x*-4cos*a*=.

9. Знайти всі значення *а*, при кожному з яких рівняння

sin2(*x*-π)-sin3(*x*-π)=*a*sin*x*

має єдиний корінь, що належить відрізку [0; π/2].

10. Розв’язати нерівності:

*а*) sin(*x*-2)<*a*-3;

*б*) sin*x*+cos*x*≥*a*;

*в*) sin4*x*+cos4*x*<*a*;

*г*) |sin*x*|+|cos*x*|>*a*;

*д*) sin*x*-cos*x*>*a*.

11. При якому найменшому цілому значенні параметра *а* нерівність



виконується при всіх *х*∈ℝ?

12. Розв’язати рівняння:

*а*) 25*x*-(2*a*+1)5*x*+*a*2+*a*=0;

*б*) log2*x*+log2*x*+log*ax*=1;

*в*) 9lg(*x*-*a*)-lg2=3lg(*x*-1);

*г*) .

13. При якому найбільшому цілому значенні параметра *а* рівняння



має два різних дійсних розв’язки?

14. Визначити при яких значеннях *а* рівняння log3(9*x*+9*a*3)=*x* має рівно два розв’язки.

15. При яких *а* рівняння log*х*-1(*х*+*a*)=1/2 має єдиний розв’язок?

16. Скільки розв’язків залежно від параметра *а* має рівняння ?

17. Знайти всі значення *а*, при яких система



має єдиний розв’язок.

18. Розв’язати нерівності:

*а*) *а*2-2·4*x*+1-*a*·2*x*+1>0;

*б*) log*a*(*x*-1)+log*ax*>2;

*в*) *a*log3*x*+log3*x*3+*a*≥0 (*a*<0);

*г*) log*a*(1-8≥*a*-*x*)+log*ax*≥2(1-*x*);

*д*) .

19. При якому найменшому цілому значенні параметра *а* нерівність



виконується для всіх *х*∈ℝ.

20. Для яких значень параметра *а* функція, задана формулою , набуває в точці π/3 найменшого значення на проміжку (0; π/2)?

21. Нехай *х*1 і *х*2 – точки максимуму і мінімуму функції, заданої формулою *у*=2*х*3-9*тх*2+12*т*2*х*+1. При якому значенні параметра *т* виконується рівність ?

22. Скільки коренів має рівняння  залежно від параметра *а*?

23. При яких значеннях параметра *а* система



має єдиний розв’язок?

24. Знайти всі дійсні значення параметрів *а* і *b*, при яких система рівнянь



має два розв’язки (*х*1; *у*1) і (*х*2; *у*2), що задовольняють умову



**4. Система контролю та оцінювання**

**Види та форми контролю**

Форми поточного контролю: письмові (тестування, самостійні роботи, модульні контрольні роботи) та усні: відповідь студента та ін.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей. ***Форма підсумкового контролю*** з дисципліни – іспит.

**Засоби оцінювання**

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

* + самостійні роботи
	+ модульні контрольні роботи;
	+ колоквіуми;
	+ тести.

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю знань. Об’єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, семінарських занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацьовувати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю (іспиту) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв’язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

**Розподіл балів, які отримують студенти**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Поточне оцінювання (*аудиторна та самостійна робота*) | Кількість балів (іспит) | Сумарна к-ть балів |
| Змістовий модуль №1 | Змістовий модуль № 2 |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т6 | Т7 | Т1 | Т2 | Т3 |  |  |
| **4** | **4** | **4** | **4** | **5** | **5** | **4** | **10** | **10** | **10** | **40** | **100** |

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

**Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

|  |  |
| --- | --- |
| **Оцінка за національною шкалою** | **Оцінка за шкалою ECTS** |
| **Оцінка (бали)** | **Пояснення за** **розширеною шкалою** |
| **Відмінно** | A (90-100) | відмінно |
| **Добре** | B (80-89) | дуже добре |
| C (70-79) | добре |
| **Задовільно** | D (60-69) | задовільно |
| E (50-59) | достатньо |
| **Незадовільно** | FX (35-49) | (незадовільно) з можливістю повторного складання |
| F (1-34) | (незадовільно) з обов'язковим повторним курсом |

**5. Рекомендована література**

**5.1. Базова (основна)**

1. Амелькин В.В. Задачи с параметрами : Справ. пособие по математике / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. – Мн. : ООО ”Аскар”, 2004. – 464 с.
2. Апостолова Г.В. Перші зустрічі з параметром / Г.В. Апостолова, В.В. Ясінський. – К. : Факт, 2006. – 324 с.
3. Высоцкий В.С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. – М. Научный мир, 2011. – 316 с.
4. Горнштейн П.И. Задачи с параметрами / П.И. Горнштейн, В.В. Полонский, М.С. Якир. – М. : Илскса, Харьков : Гимназия, 2005. – 328 с.
5. Дорофеев Г.В. Решение задач, содержащих параметры. Ч. 2 / Г.В. Дорофеев, В. В. Затакавай. – М.: Перспектива, 1990. – 38 с.
6. Житарюк І.В. Довідник з математики для вступників до ВНЗ ІІІ-ІУ рівнів акредитації / Житарюк І.В, Петришин Р.І., Житарюк С.І. / Рекомендо­вано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для сту­дентів вищих навчальних закладів : *Лист Міністерства освіти і науки України про надання грифу № 1/11 - 2521 від 04.06.2004 року*. – Чернівці : Видавництво ”Прут”, 2005. – 776 с.
7. Козко А.И. Задачи с параметрами и другие сложные задачи / А.И. Козко, В.Г. Чирский. – М. : МЦНМО, 2007. – 296 с.
8. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения / В.С. Крамор. – М. : Мир и Образование, 2007. – 416 с.
9. Кухарчук П.Д. Как успешно сдать экзамены в вуз. Методы решения задач с параметрами / П.Д. Кухарчук, В.С. Федосенко, А.И. Азаров. – Мн. : Изд-во БГУ, 1992. – 230 с.
10. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Учебное пособие / В.В. Локоть. – М. : АРКТИ, 2003. – 96 с.
11. Марков В.К. Метод координат и задачи с параметрами / В.К. Марков. – М. : Изд-во Моск. Ун-та, 1970. – 146 с.
12. Мирошин В.В. Решение задач с параметрами. Теория и практика / В.В. Мирошин. – М. : Экзамен, 2009. – 286 с.
13. Моденов В.П. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод : Учебное пособие / В.П. Моденов. – М. : Экзамен, 2007. – 285 с.
14. Натяганов В.Л. Методы решения задач с параметрами / В.Л. Натяганов, Л.М. Лужина. – М. : Изд-во МГУ, 2003. – 368 с.
15. Окунев А.А. Графическое решение уравнений с параметрами / А.А. Окунев. – М.: Школа-Пресс, 1986.– 126 с.
16. **Пліско О.В. Задачі з параметрами для 7-8 класів / О.В. Пліско.** – **X. : Видавнича група ”Основа”, 2012.** – **128 с.**
17. Прокофьев А.А. Задачи с параметрами : Пособие по математике для учащихся старших классов / А.А. Прокофьев. – М. : МИЭТ, 2004. – 258 с.
18. Прус А.В. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Навчально-методичний посібник / А.В. Прус, В.О. Швець. – Житомир : Вид-во ”Рута”, 2016. – 468 с.
19. Пятьсот четырнадцать задач с параметром / Под редакцией Тынянкина С.А. – Волгоград : Волгоградская правда, 1991. – 160 с.
20. Родионов Е.М. Математика. Решение задач с параметрами / Е.М. Родионов. – М. : НЦ ЭНАС, 2006. – 216 с.
21. Шахмейстер, А.Х. Уравнения и неравенства с параметрами : пособие для школьников, абитуриентов и учителей / А.Х. Шахмейстер; Под ред. Б.Г. Зива. – СПб. : Черо-на-Неве, 2004. – 304 с.
22. Шахмейстер А.Х. Задачи с параметрами в ЕГЭ / А.Х. Шахмейстер. – СПб., М.: «ЧеРо-на-Неве», 2004. – 224 с.
23. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами / Г.А. Ястребинецкий. – М. : Просвещение, 1986. – 128 с.
24. Беляев С.А. Задачи с параметрами : методическая разработка для учащихся заочной школы «Юный математик» при ВЗМШ и МЦНМО / С.А. Беляев. – М.: МЦНМО, 2009. – 28 с.

**5.2. Допоміжна**

1. Беляев С.А. Задачи с параметрами : методическая разработка для учащихся заочной школы «Юный математик» при ВЗМШ и МЦНМО / С.А. Беляев. – М.: МЦНМО, 2009. – 28 с.
2. Вавилов В. Задачи с параметром / В. Вавилов // Квант. – 1997. – № 5. – С. 38-42.
3. Васильева В. Уравнения и системы уравнений с параметром: применение понятия ”пучок прямых на плоскости” / В. Васильева, С. Забелина // Математика. – 2002. – № 4. – С. 20-22.
4. Голубев В.И. О параметрах с самого начала / В.И. Голубев, А.М. Гольдман, Г.В. Дорофеев // Репетитор– 1991. – № 2. – С. 3-13.
5. Горнштейн П. И. Необходимые условия в задачах с параметрами / П. И. Гронштейн, В. Б. Полонский, М. С. Якир // Квант. – 1991. – № 11. – С. 44-49.
6. Дорофеев Г.В. О задачах с параметрами, предлагаемых на вступительных экзаменах в вузы / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1983. – № 4. – С. 36-40.
7. Дубич С. Линейные и квадратные уравнения с параметрами : 9 класс / С. Дубич // Математика. – 2001. – № 36. – С. 28-31.
8. Егерман Е. Задачи с параметрами. 7-11 классы / Е. Егерман // Математика. – 2003. – № 1 – С. 18-20.
9. Егерман Е. Задачи с параметрами. 7-11 классы / Е. Егерман // Математика. – 2003. – № 2. – С. 10-14.
10. Карасев В. Решение задач с параметрами / В. Карасев, Г. Левшина, И. Данченков // Математика. – 2005. – № 4. – С. 38-44.
11. **Косякова Т. Решение квадратных и дробно-рациональных уравнений, содержащих параметры / Т. Косякова // Математика. – 2002.** – **№ 22.** – С**. 15-18.**
12. **Косякова Т. Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений, содержащих параметры / Т. Косякова // Математика. – 2001.** – **№ 38.** – С**. 5-9.**
13. Легошина С. Решение неравенств первой и второй степени с параметрами / С. Легошина // Математика. – 2000. – № 6. – С. 15-17.
14. Малинин В. Уравнение с параметрами : графический метод решения // Математика. – 2003. – № 29. – С. 12-15.
15. Малинин В. Уравнение с параметрами : графический метод решения / В. Малинин // Математика. – 2003. – № 29. – С. 12-15.
16. Новоселов С.И. Специальный курс элементарной алгебры / С.И. Новоселов. – М. : Высшая школа, 1962. – 564 с.
17. Родионов Е.М. Справочник по математике для поступающих в вузы. Решение задач с параметрами / Е.М. Родионов. – М. : МЦ ”Аспект”, 1992. – 144 с.
18. Цыганов Ш. Квадратные трехчлены и параметры / Ш. Цыганов // Математика. – 1999. – №5. – С. 4-9.
19. Шабунин М.И. Уравнения и системы уравнений с параметрами / Математика в школе. – 2003. – № 7. – С. 10-14.
20. Ястребинецкий Г.А. Уравнения и неравенства, содержащие параметры. Пособие для учителей / Г.А. Ястребинецкий. – М. : Просвещение, 1972. – 128 с.

**6. Інформаційні ресурси**

1. Електронний курс «Задачі з параметрами», розміщений в університетській мережі [www.e-learning.chnu.edu.ua](http://www.e-learning.chnu.edu.ua)
2. Офіційний сайт факультету прикладної математики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://fpm.org.ua/>
3. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
4. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
5. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlic.htm>
6. [DjVu Library Математична бібліотека](http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html) <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html>