**Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича**  
  
**факультет математики та інформатики**  
 **кафедра** **алгебри та інформатики**

**СИЛАБУС  
 навчальної дисципліни**

***Диференціальна геометрія***  
**обов’язкова**

**Освітньо-професійні програми:**

1. ***«Математика»,***
2. ***«Математика та інформатика»***

**Спеціальності:**

1. ***111 «Математика»,***
2. ***014.04 «Середня освіта (математика)»***

**Галузі знань:**

1. ***11 – Математика та статистика***
2. ***01 – Освіта***

**Рівень вищої освіти *перший бакалаврський***

***Факультет математики та інформатики***

**Мова навчання *українська***

**Розробники:**

Городецький В.В., *професор кафедри алгебри та інформатики, доктор фізико-математичних наук*

Колісник Р.С., *доцент кафедри алгебри та інформатики, кандидат фізико-математичних наук*

**Профайл викладача (-ів)** <http://algebra.fmi.org.ua/teachers/>

**Контактний тел.** 0505935025

**E-mail:** [v.gorodetskiy@chnu.edu.ua](mailto:v.gorodetskiy@chnu.edu.ua), [r.kolisnyk@chnu.edu.ua](mailto:r.kolisnyk@chnu.edu.ua)

**Сторінка курсу в Moodle** <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=575>

**Консультації** Очні консультації: четвер по 2 тижн. з 13.00 до 14.20  
 Онлайн-консультації: середа з 14.40 до 15.40

**1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).**

Навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія», яка є складовою освітніх програм *«Математика» зі спеціальності 111 «Математика» для галузі знань 11 – «Математика та статистика» та «Математика та інформатика» зі спеціальності 014.04 «Середня освіта (математика)» для галузі знань 01 – «Освіта»,* повинна сформувати у майбутніх математиків-науковців та вчителів математики поняття кривої та поверхні з точки зору векторного аналізу, навчити характеризувати криві та поверхні, використовуючи методи математичного аналізу

**2. Мета навчальної дисципліни:** забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичного матеріалу; сприяти формуванню навичок у застосуванні теоретичних знань до доведень теорем та розв’язування задачрізного ступеня складності; правильному використанню основнихметодів, тверджень та властивостейпри розв’язуванні задач.

**3. Завдання –** досягти ґрунтовного засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу диференціальної геометрії, навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями, розв’язувати практичні завдання з використанням отриманихзнаньзтеоріїкривих і поверхонь у тривимірному евклідовому просторі та тензорного числення.

**4. Пререквізити.** Для підвищення ефективності засвоєння курсу «Диференціальна геометрія» здобувач вищої освіти має вивчити такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Диференціальні рівняння».

**5. Результати навчання.**

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

* + - * основи теорій кривих та поверхонь у евклідовому просторі,
      * елементи тензорного числення.

**вміти:**

* задавати криву та поверхню рiзними способами;
* знаходити елементи тригранника Френе кривої;
* знаходити кривину та скрут кривої в заданій точці;
* знаходити першу та другу квадратичну форми поверхні та використовувати їх до розв’язування задач;
* обчислювати повну та середню кривини поверхнi.

**3. Опис навчальної дисципліни**

**3.1. Загальна інформація**

***для спеціальності 111 «Математика»***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Форма навчання** | **Рік підготовки** | **Семестр** | **Кількість** | | **Кількість годин** | | | | | | **Вид підсумко**  **вого контролю** |
| **кредитів** | **годин** | **лекції** | **практичні** | **семінарські** | **лабораторні** | **самостійна робота** | **індивідуальні завдання** |
| **Денна** | 3 | 1 | 4,5 | 135 | 30 | 30 | - | - | 75 | - | екзамен |

***для спеціальності 014.04 «Середня освіта (математика)»***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Форма навчання** | **Рік підготовки** | **Семестр** | **Кількість** | | **Кількість годин** | | | | | | **Вид підсумко**  **вого контролю** |
| **кредитів** | **годин** | **лекції** | **практичні** | **семінарські** | **лабораторні** | **самостійна робота** | **індивідуальні завдання** |
| **Денна** | 3 | 1 | 4 | 120 | 30 | 30 | - | - | 60 | - | екзамен |
| **Заочна** | 3 | 1 | 4 | 120 | 8 | 10 | - | - | 102 | - | екзамен |

**3.2. Дидактична карта навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | | |
| денна форма | | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| л | п | лаб | інд | с.р. | с.р.⃰ | л | п | лаб | інд | с.р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Змістовий модуль 1**. **Лінії в Е3** | | | | | | | | | | | | | |
| **Тема 1.** Означення вектор-функції ска­ляр­но­­го аргу­ме­нту.  Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 8,5 | 0,5 | - | - | - | 8 |
| **Тема 2.** Звичайні точки лінії та точ­ки розпрям­лення. Дотична до лінії. Особливі точки | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 9,5 | 0,5 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 3.** Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 8 | - | - | - | - | 8 |
| **Тема 4.** Довжина дуги лінії. Кривина лінії | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 10 | 1 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 5.** Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 10 | 1 | 1 | - | - | 8 |
| **Разом за змістовим модулем 1** | **40 (45)⃰** | **10** | **10** | - | - | **20** | **25** | **46** | **3** | **3** | **-** | **-** | **40** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | | | | | | | | | | | | | |
| **Тема 1.**  Поверхня як годограф вектор–функ­ції двох скаляр­них аргументів | 8 (8)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 4 | 9,5 | 0,5 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 2.** Дотична площи­на і нормаль | 8 (10)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 6 | 9,5 | 0,5 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 3.** Перша квадратична форма поверхні | 16 (18)⃰ | 4 | 4 | - | - | 8 | 10 | 10 | 1 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 4.** Друга квадра­тична форма поверхні | 16 (18)⃰ | 4 | 4 | - | - | 8 | 10 | 10 | 1 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 5.** Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 9,5 | 0,5 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 6.** Асимпто­ти­ч­ні напрями на поверхні | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 10 | 1 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 7.** Головні на­п­рями на поверхні. | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 9,5 | 0,5 | 1 | - | - | 8 |
| **Тема 8.** Головні кривини на поверхні | 8 (9)⃰ | 2 | 2 | - | - | 4 | 5 | 6 | - | - | - | - | 6 |
| **Разом за змістовим модулем 2** | **80 (90)⃰** | **20** | **20** | - | - | **40** | **50** | **74** | **5** | **7** | **-** | **-** | **62** |
| Усього годин | **120 (135)⃰** | **30** | **30** | - | - | **60** | **75** | **120** | **8** | **10** | **-** | **-** | **102** |

**⃰** позначено кількість годин передбачених для спеціальності ***для спеціальності 111 «Математика»*** на опанування даного курсу (різниця лише у годинах самостійної роботи)

**3.2.1. Теми практичних занять**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| **Змістовий модуль 1**. **Лінії в Е3** | |
|  | Означення вектор-функції скалярного аргу­ме­нту. Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора |
|  | Звичайні точки лінії та точ­ки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки |
|  | Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній |
|  | Довжина дуги лінії. |
|  | Кривина лінії. Скрут лінії. |
|  | Тригранник Френе. Формули Френе та їх застосування |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | |
|  | Поверхня як годограф вектор–функції двох скалярних аргументів |
|  | Дотична площина і нормаль поверхні |
|  | Перша квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Друга квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні |
|  | Асимпто­тичні напрями на поверхні |
|  | Головні напрями на поверхні. |
|  | Головні кривини на поверхні |

**3.2.2. Тематика індивідуальних завдань**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| 1 | Еволюта лінії |
| 2 | Потрійні особливі точки ліній |
| 3 | Геодезійна кривина поверхневої кривої. Геодезійні криві на поверхні |
| 4 | Третя квадратична форма поверхні |

**3.2.3. Самостійна робота**

Самостійна робота студентів складається з обов'язкових і вибіркових завдань.

*Обов'язкова робота студентів*:

* опрацювання лекційного матеріалу;
* виконання самостійних і індивідуальних робіт.

*Вибіркова робота студентів:*

* опрацювання додаткового теоретичного матеріалу;
* виконання завдань підвищеного рівня складності.

|  |  |
| --- | --- |
| № | Назва теми |
| **Змістовий модуль 1**. Л**інії в Е3** | |
|  | Означення вектор-функції скалярного аргу­ме­нту.  Неперервність та диференційовність. Формула Тейлора |
|  | Звичайні точки лінії та точ­ки розпрямлення. Дотична до лінії. Особливі точки |
|  | Стичне коло. Еволюта лінії. Подвійні особливі точки ліній |
|  | Довжина дуги лінії. Кривина лінії |
|  | Скрут лінії. Тригранник Френе. Формули Френе |
| **Змістовий модуль 2**. **Поверхні в Е3** | |
|  | Поверхня як годограф вектор–функції двох скалярних аргументів. Способи задання |
|  | Дотична площина і нормаль до поверхні. Їх рівняння |
|  | Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої, площа області, кут між лініями на поверхні |
|  | Друга квадратична форма поверхні та її застосування |
|  | Стичний параболоїд. Спряжені напрями на поверхні |
|  | Асимпто­тичні напрями на поверхні |
|  | Головні напрями на поверхні. |
|  | Тензори на векторному просторі |
|  | Класи тензорів |

**4. Система контролю та оцінювання**

**Види та форми контролю**

Форми поточного контролю: письмові (тестування, самостійні роботи, модульні контрольні роботи) та усні: відповідь студента та ін.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей. ***Форма підсумкового контролю*** з дисципліни – екзамен.

**Засоби оцінювання**

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

* + самостійні роботи
  + модульні контрольні роботи;
  + колоквіуми;
  + тести;
  + індивідуальні та командні проекти

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю знань. Об’єктом оцінювання знань студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, семінарських занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацьовувати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю (іспиту) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв’язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

**Розподіл балів, які отримують студенти**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль | | | | | | | | | | | | | Підсумковийконтроль  (екзамен) | Сумарна  к-ть балів |
| Змістовий модуль 1  (30 балів) | | | | | Зміс­товий модуль 2  (30 балів) | | | | | | | | **40** | **100** |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т6 | Т7 | Т8 |
| **2** | **6** | **6** | **8** | **8** | **2** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** | **4** |

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

**Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оцінка за національною шкалою** | **Оцінка за шкалою ECTS** | |
| **Оцінка (бали)** | **Пояснення за**  **розширеною шкалою** |
| **Відмінно** | A (90-100) | відмінно |
| **Добре** | B (80-89) | дуже добре |
| C (70-79) | добре |
| **Задовільно** | D (60-69) | задовільно |
| E (50-59) | достатньо |
| **Незадовільно** | FX (35-49) | (незадовільно)  з можливістю повторного складання |
| F (1-34) | (незадовільно)  з обов'язковим повторним курсом |

**5. Рекомендована література**

**5.1. Базова (основна)**

1. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометрии. – М.: Гостехиздат, 1950. – 428с.
2. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія. – К.: Вища школа, 1973. – 276с.
3. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрия в теоремах і задачах. Навчальний посібник. – Чернівці: Рута, 2006. – 400с.
4. Городецький В. В., Мартинюк О. В. Диференціальна геометрия в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Книги – ХХІ, 2009. – 400с.
5. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Підручник. – Чернівці: Золоті литаври, 2013. – 396 с. (з грифом МОНУ)
6. Сборник задач по диференциальной геометрии. Под редакцией А.С.Феденко. – М.: Наука, 1979. – 272с.

**5.2. Допоміжна**

1. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М: Наука, 1969. – 176с.
2. Теплінський  Ю .В. Лекції з диференцільної геометрії. – Кам’янець-Подільський державний педагогічний університет, 1999. – 148с.

**6. Інформаційні ресурси**

1. Електронні курси «Диференціальна геометрія і топологія» (топологія) та «Диференціальна геометрія і топологія» (диференціальна геометрія), розміщені в університетській мережі [www.e-learning.chnu.edu.ua](http://www.e-learning.chnu.edu.ua)
2. Офіційний сайт факультету прикладної математики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://fpm.org.ua/>
3. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>
4. Віртуальна математична бібліотека <http://euclid.math.fsu.edu/Science/math.html>
5. Фізико-математична бібліотека <http://ftp.kinetics.nsc.ru/chichinin/pmlic.htm>
6. [DjVu Library Математична бібліотека](http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html) <http://djvu-lib.narod.ru/index-all.html>